

УДК 517.977

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР СБЛИЖЕНИЯ-УКЛОНЕНИЯ В КЛАССЕ МНОЖЕСТВ С НЕНУЛЕВЫМ ДЕФЕКТОМ СТАБИЛЬНОСТИ

© А.А. Успенский, П.Д. Лебедев, А.В. Ушаков

Ключевые слова: дифференциальная игра; дефект стабильности; стратегия; чебышёвский центр.

Рассматривается дифференциальная игра сближения-уклонения с замкнутой целью в «мягкой» постановке. Под «мягкой» постановкой понимается такая постановка в рамках игры задачи о сближении, которая предполагает не точное попадание движения конфликтно-управляемой системы на целевое множество, а попадание движения в некоторую его окрестность. Предлагается метод решения, базирующийся на понятии дефекта стабильности множества. Изучаются классы множеств с различной геометрией и дифференциальными свойствами границы, вычисляются дефект стабильности таких множеств и на их основе моделируются движения управляемой системы. Результаты исследования иллюстрируются на примерах конкретных дифференциальных игр.

Рассматривается игровая задача о сближении решения конфликтно-управляемой системы

$$\dot{x} = f(t, x, u, v), \quad u \in P, v \in Q,$$

с замкнутой целью в позиционной постановке [1]. Здесь время $t \in [t_0, \vartheta]$; x — m -мерный фазовый вектор системы; u — управление первого игрока; v — управление второго игрока; P и Q — компакты в евклидовых пространствах $\mathbb{R}^p$ и $\mathbb{R}^q$, соответственно. Предполагается, что на правую часть динамической системы наложены условия, обеспечивающие существование и продолжимость решения [1].

Основным элементом конструкции, разрешающей эту задачу в классическом строгом смысле, является максимальный стабильный мост. Построение мостов представляет нетривиальную математическую и вычислительную проблему, обусловленную присущей им негладкостью границы. В этой связи для решения задачи сближения уместно использовать различные классы множеств, вообще говоря, не совпадающих с максимальными стабильными мостами, более того, не обладающих ключевым свойством стабильности. Речь идет о множествах, имеющих дефект стабильности [2]. Множества с ненулевым дефектом стабильности не гарантируют точное решение задачи сближения. Их привлечение для построения решения игры мотивировано теоретически обоснованной оценкой промаха движений конфликтно-управляемой системы, формируемых позиционной стратегией первого игрока при любых допустимых управляющих воздействиях второго игрока. Эта оценка зависит от дефекта стабильности множества и определяет размер окрестности цели, в которую гарантированно попадает движение системы при надлежащей процедуре управления первого игрока [3]. Величина окрестности может быть на порядок меньше диаметра целевого множества.

Подход к решению задачи управления, обеспечивающий гарантию выведения движения не точно на цель, а в некоторую его окрестность оправдан, например, с инженерной точки зрения, допускающей в ряде случаев отклонение решения от цели в определенных небольших в процентном отношении допусках.

Настоящая работа посвящена вопросам конструирования множеств в пространстве позиций игры с различными по своим дифференциальным свойствам границами, вычислению

дефекта стабильности таких множеств и моделированию на их основе движений управляемой системы. В частности, для целей моделирования решений дифференциальных игр на плоскости конструируются трехмерные множества, границы которых «склеиваются» из дуг окружностей. Здесь отметим, что вопросы аппроксимации плоских компактных множеств наборами кругов изучался в работе [4]. Там же рассматривалась проблема построения наилучших сетей на плоскости, предложены алгоритмы построения обобщения чебышевского центра множества на случай нескольких точек.

Результаты исследования иллюстрируются на примерах конкретных дифференциальных игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Ушаков В.Н., Латушкин Я.А. Дефект стабильности множеств в игровых задачах управления // Тр. Ин-та математики и механики. Екатеринбург, 2006. Т. 12, № 2 С. 178-194.
3. Ушаков В.Н., Успенский А.А. К свойству стабильности в дифференциальных играх // Доклады Академии наук. М. 2012. Т. 443. № 5 С. 549-554.
4. Лебедев П.Д., Ушаков А.В. Аппроксимация множеств на плоскости оптимальными // Автоматика и телемеханика. 2012. № 3 С. 79-90.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН «Математическая теория управления» при финансовой поддержке УрО РАН (проект 12-П-1-1002), гранта РФФИ №11-01-00427-а, гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ №НШ-5927.2012.1.

Uspenskii A.A., Lebedev P.D., Ushakov A.V. DIFFERENTIAL GAMES OF APPROACHING AND DEVIATION MODELING ON THE CLASS OF SETS WITH NONZERO STABILITY DEFECT

Differential game of approaching and deviation with closed target in «soft» statement is considered. The «soft» statement means such statement (in context of the game) that proposes not exactly moving of conflict controlled system upon the target set, but moving its motion into some neighborhood of the set. The solution method is based on notion of the stability defect of the set. Classes of sets with different geometry and differential properties of the boarder are studied. Stability defect for these sets are calculated, and control system motions are modeled. Results of the research are illustrated with the examples of some differential games.

Key words: differential game; stability defect; strategy; Chebyshev center.

УДК 519.857

АЛЬТЕРНИРОВАННЫЙ ИНТЕГРАЛ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР

© В.И. Ухоботов

Ключевые слова: дифференциальная игра; управление.

Рассматриваются дифференциальные игры с простым движением, в которых вектограмма каждого из игроков определена с помощью гомотетичного растяжения образа заданной выпуклозначной функции. Изучается задача о построении альтернированного интеграла Л.С.Понтрягина в случае выпуклого терминального множества.